

# 3. Statika sústavy hmotných bodov

## Prúťové sústavy

### Učebný cieľ kapitoly

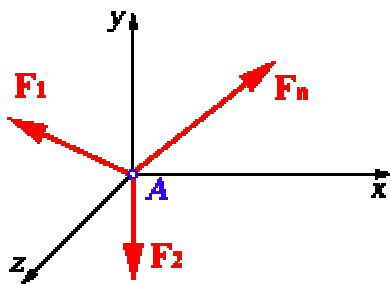
Po preštudovaní tejto kapitoly by ste mali ovládať:

- Rovnováhu sústavy hmotných bodov
- Riešiť prúťovku ako sústavu hmotných bodov
- Rozdelenie prúťových sústav
- Statickú určitosť prúťoviek
- Metódy statickej analýzy prúťoviek

### 3.1 ROVNOVÁHA SÚSTAVY HMOTNÝCH BODOV

#### Hmotný bod

je v statickej rovnováhe, keď výslednica síl pôsobiacich na hmotný bod je rovná nule.



obr. 3.01

Rovnováhu hmotného bodu možno vyjadriť statickými podmienkami rovnováhy:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

Skalárny tvar (zložkový) rovníc rovnováhy je:

*a) v priestore*

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0$$

$$\sum F_{iz} = 0$$

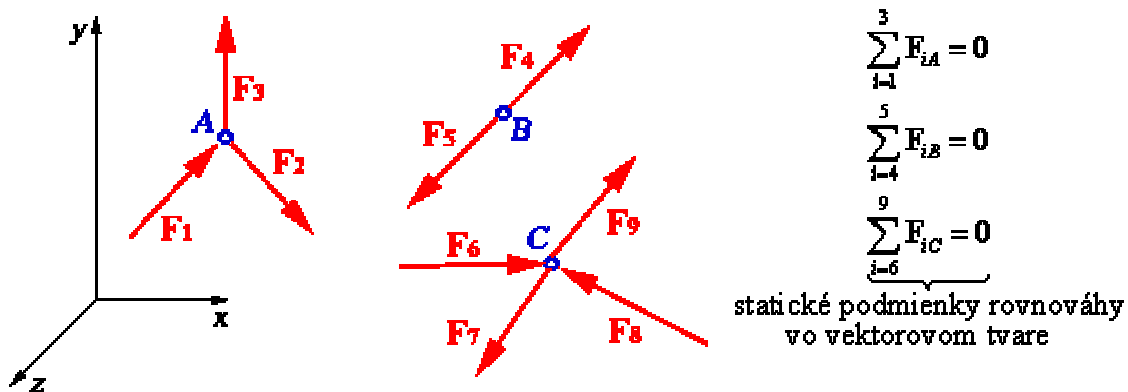
*b) v rovine*

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0$$

#### Sústava hmotných bodov

(tvorená dvoma a viacerými hmotnými bodmi) je v statickej rovnováhe, keď je v statickej rovnováhe každý bod sústavy. Napr.: pre sústavu troch hmotných bodov platí:



obr. 3.02

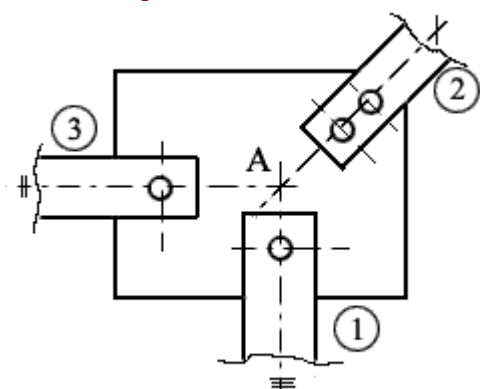
Rovnice rovnováhy v skalárnom tvare:

$$\begin{array}{lll} \sum F_{ixA} = 0 & \sum F_{iyA} = 0 & \sum F_{izA} = 0 \\ \sum F_{ixB} = 0 & \sum F_{iyB} = 0 & \sum F_{izB} = 0 \\ \sum F_{ixC} = 0 & \sum F_{iyC} = 0 & \sum F_{izC} = 0 \end{array}$$

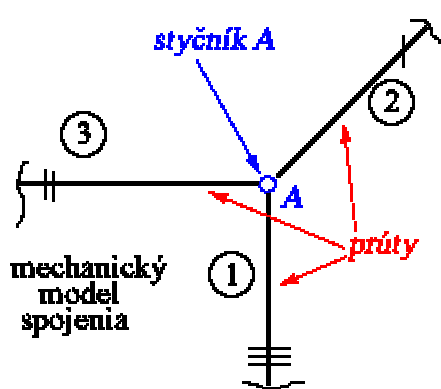
### 3.2 PRÚTOVKA AKO SÚSTAVA HMOTNÝCH BODOV

Prútová sústava vznikne spojením viacerých *prútov* (tyčí) v spoločných bodoch - styčníkoch. Prierezová plocha prútov môže byť rôzna a po dĺžke prúta je spravidla konštantná. Za predpokladu, že styčnisky predstavujú rotačné kĺby bez trenia, prúty prenášajú len osovú vnútornú silu. Tento predpoklad je vyhovujúci, ak dĺžka prúta v porovnaní s jeho prierezovou plochou je výrazne prevažujúcim rozmerom prúta. Potom je možné skutočné spojenie prútov (skrutkový spoj, zvarovaný spoj, nitovaný spoj, a iné) považovať za tzv. *ideálne kĺby*. Príklady prútoviek: stožiare Vn, osvetľovacie veže a rampy, nosníky a stĺpy v rozvodniach a transformačných staniách, anténne systémy, a pod.

a) spojenie troch prútov

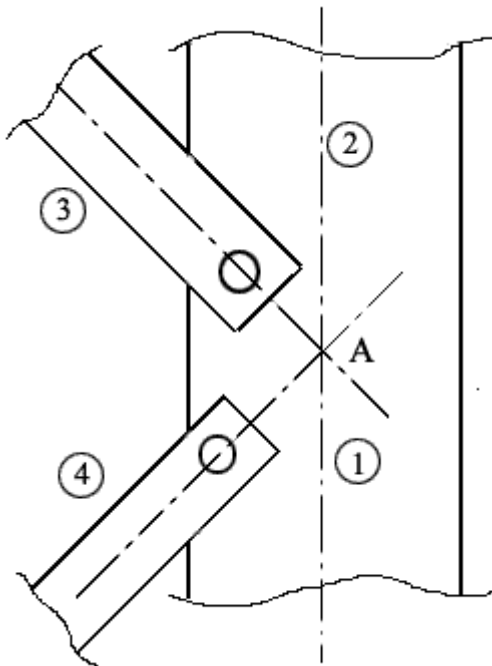


obr. 3.3

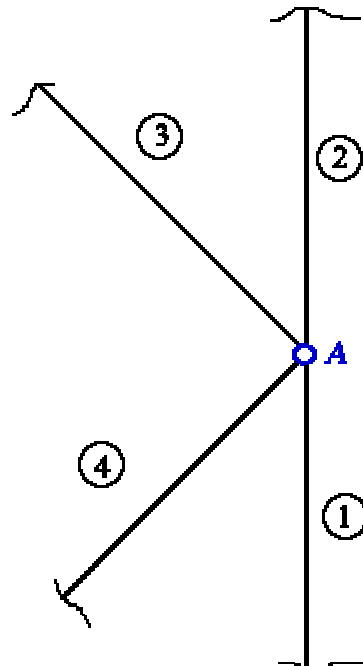


obr. 3.4

b) spojenie štyroch prútov



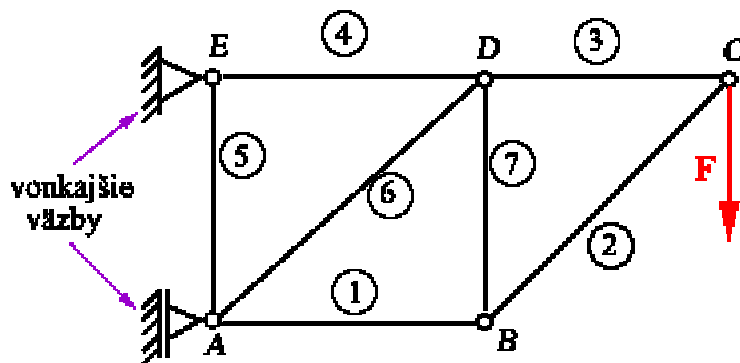
obr. 3.5



obr. 3.6

Mechanický model rovinatej prútovej sústavy

Rovinná prútová sústava: všetky prúty i vonkajšie sily ležia v jednej rovine. Prúty predstavujú vnútorné väzby medzi styčnými (hmotnými bodmi).



obr. 3.7

Predpoklad pre zaťaženie

Prútočka je zaťažená len sústredenými silami s pôsobiskom v styčníkoch. Spojité zaťaženia, ako je vlastná tiaž, sila vetra, tiaž námrazy atď., je preto potrebné ekvivalentne pretransformovať do sústredených síl pôsobiacich v styčníkoch.

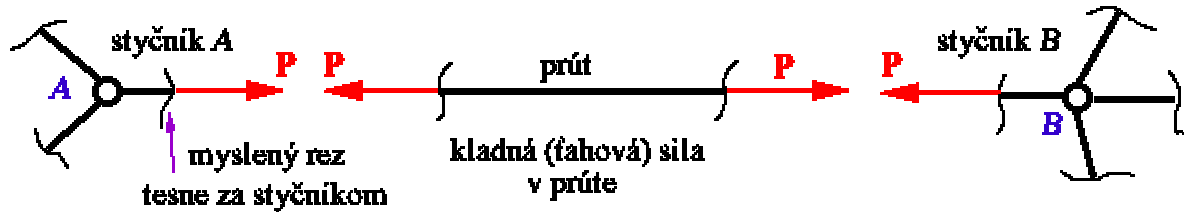
Predpoklad pre prúty

Prúty predstavujú vnútornú väzbu medzi dvoma hmotnými bodmi - styčnými. Tieto väzby odoberajú hmotnému bodu jeden stupeň voľnosti pohybu v smere osi prúta. Ak odstránime vnútorné väzby medzi hmotnými bodmi, musíme ich nahradiť vnútornými väzbovými reakciami, ktoré sa nazývajú *osové sily* v prútoch a označujú sa písmenom  $P_i$ , kde  $i$  je číslo prúta.

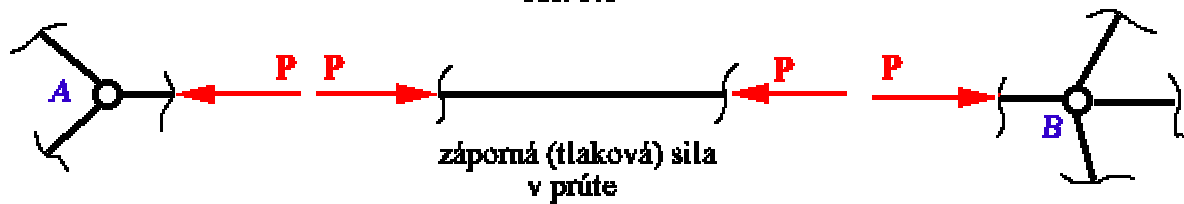
### Predpoklad pre osovú silu v prútoch

Prúty sústavy sú namáhané osovými silami na ťah, alebo tlak. Ich veľkosť a orientácia je závislá na geometrii prútovej sústavy, zaťažujúcich vonkajších silách a uložení prútočky prostredníctvom vonkajších väzieb.

Kladná osová sila (ťah) je orientovaná von z myšleného rezu prúta, resp. von zo styčníka. Záporná osová sila (tlak) je orientovaná v zmysle do myšleného rezu, resp. do styčníka.



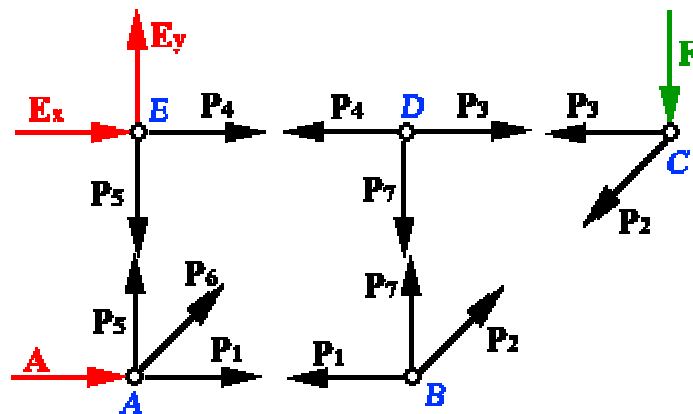
obr. 3.8



obr. 3.9

Odstránením prútov a ich náhradou osovými silami (pri výpočtoch budeme vždy predpokladať kladnú osovú silu v prúte), ako aj odstránením vonkajších väzieb a ich náhradou vonkajšími väzbovými reakciami, dostaneme sústavu hmotných bodov v rovine:

### *Sústava hmotných bodov*



obr. 3.10

Táto sústava je v statickej rovnováhe, ak je v rovnováhe každý hmotný bod, t.j. keď sú splnené statické podmienky rovnováhy (vektorové rovnice):

$$\sum \mathbf{F}_{iA} = \mathbf{0} : \mathbf{A} + \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_5 + \mathbf{P}_6 = \mathbf{0}$$

$$\sum \mathbf{F}_{iB} = \mathbf{0} : \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_7 = \mathbf{0}$$

$$\sum \mathbf{F}_{iC} = \mathbf{0} : \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_3 + \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$\sum \mathbf{F}_{iD} = \mathbf{0} : \mathbf{P}_3 + \mathbf{P}_4 + \mathbf{P}_7 = \mathbf{0}$$

$$\sum \mathbf{F}_{iE} = \mathbf{0} : \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y + \mathbf{P}_4 + \mathbf{P}_5 = \mathbf{0}$$

Ak tieto vektorové rovnice rovnováhy rozpíšeme do zložkového tvaru, dostaneme desať skalárnych rovníc pre výpočet desiatich neznámych síl (7 osových síl  $P_1$  až  $P_7$  a troch väzbových reakcií  $E_x$ ,  $E_y$  a  $A$ ).

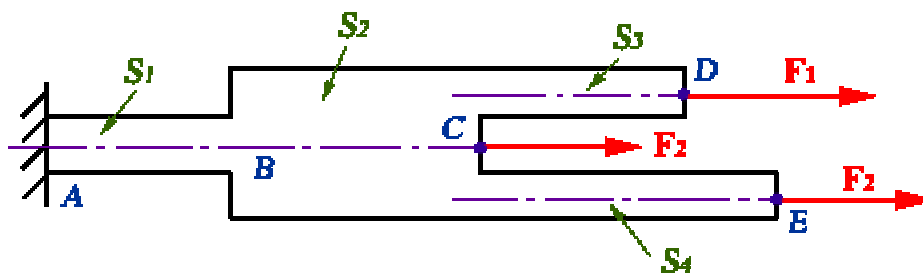
### 3.3 ROZDELENIE PRÚTOVÝCH SÚSTAV

Podľa geometrie prútočky a jej zaťaženia rozoznávame:

- jednoosové (jednorozmerné) prútočky
- rovinné prútočky
- priestorové prútočky

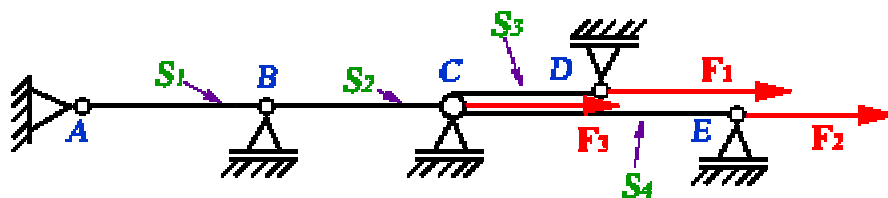
#### Jednorozmerná prútočka

obsahuje prúty s paralelnými osami, pričom zaťažujúce sily pôsobia v smere osi prútoč.



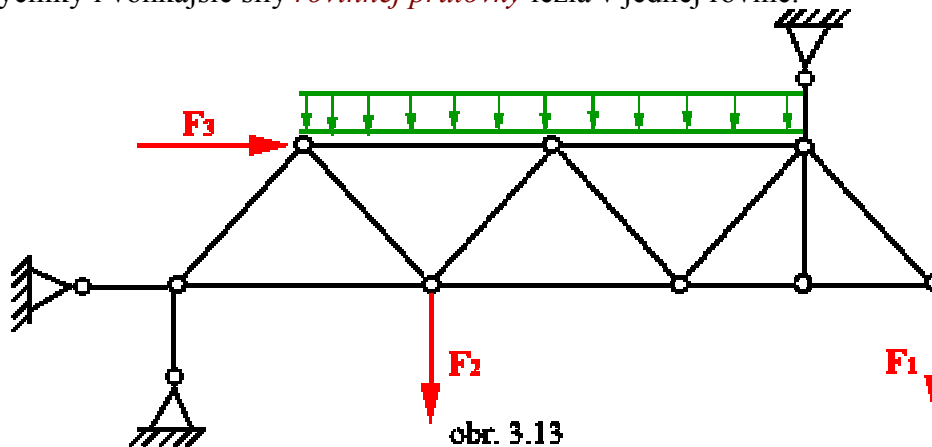
obr. 3.11

Ak dĺžka jednotlivých častí tiaha na obr.3.11 je dominantným rozmerom oproti ich prierezovej ploche, potom ju možno nahradiť mechanickým modelom jednoosovej prútočky (obr.3.12).



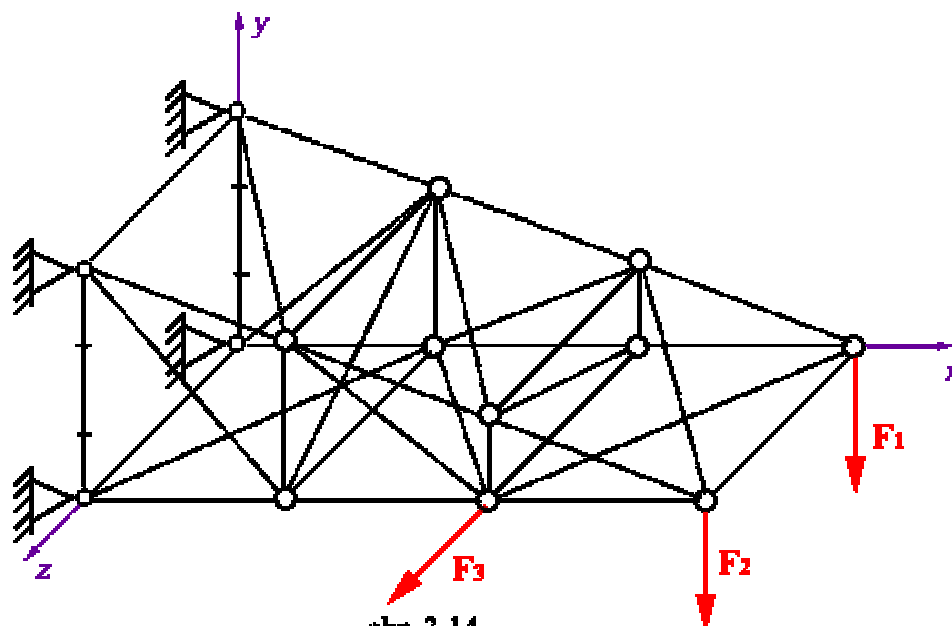
obr. 3.12

Prúty, styčníky i vonkajšie sily *rovinnej prútočky* ležia v jednej rovine.



obr. 3.13

Prúty, styčníky i vonkajšie sily *priestorovej prútočky* sú všeobecne rozptýlené v priestore.



obr. 3.14

Špeciálne priestorové prútočky, ktorej prúty ležia vo vzájomne na seba kolmých rovinách možno rozložiť na rovinné prútové sústavy. Prúty v každej z rovín sústavy prenášajú silové účinky síl ležiacich v tej istej rovine. Tým možno riešenie špeciálnej priestorovej prútočky rozložiť na riešenie viacerých rovinných úloh. V ďalšej časti učebnice sa budeme zaoberať výlučne rovinnými prútočnými sústavami.

### **3.4 STATICKÁ URČITOSŤ PRÚTOVIEK**

Statická analýza rovinných prútočiek závisí aj od statickej určitosti úlohy. Pri prútočkách rozlišujeme medzi *vonkajšou* a *vnútornou* statickou určitosťou. Prútočvá sústava je *staticky určitá*, ak je staticky určitou sústavou tak po vnútornej ako aj po vonkajšej stránke. V opačnom prípade pôjde o *staticky neurčitú* (preurčenú, resp. podurčenú) prútočku.

Vonkajšia statická určitosť  $i_{vo}$  je závislá od počtu odobraných stupňov voľnosti celej prútočky (ako jednému telesu) vonkajšími väzbami, a vypočítame ju podľa vzťahu  $i_{vo} = 3 - n$ , kde  $n$  je počet stupňov voľnosti pohybu odobratých vonkajšími väzbami. Prútočka je uložená po vonkajšej stránke staticky určito, ak  $i_{vo} = 0$ . V opačnom prípade ide o staticky neurčité uloženie. Z hľadiska statiky prútočky je nutné odobrať minimálne tri stupne voľnosti aktívnymi väzbami.

Vnútnu statickú určitosť možno stanoviť zo vzťahu:  $i_{vn} = 3p - 2(nk_n + \dots + 4k_4 + 3k_3 + 2k_2 + k_1)$ , kde  $p$  je počet prútov sústavy,  $k_n$  je počet styčnícov určitého typu:

- $k_1$  - jednoduchý styčník - v styčníku sa spájajú dva prúty
- $k_2$  - dvojnásobný styčník - v styčníku sa spájajú tri prúty
- $k_n$  - n-násobný styčník - styčníku sa spája  $(n+1)$  prútov

Rozlišujú sa tri prípady:

- $i_{vn} = 3$  - staticky určitá úloha
- $i_{vn} < 3$  - staticky neurčitá (preurčená) úloha
- $i_{vn} > 3$  - staticky neurčitá (podurčená) úloha t.j. prútočvá sústava je vnútorne pohyblivá (je mechanizmom)

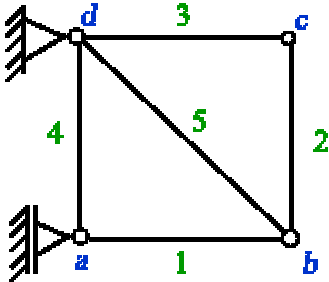
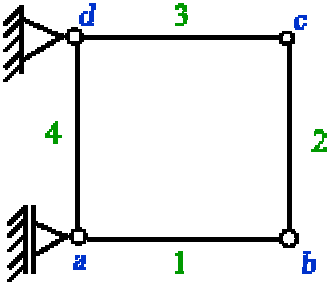
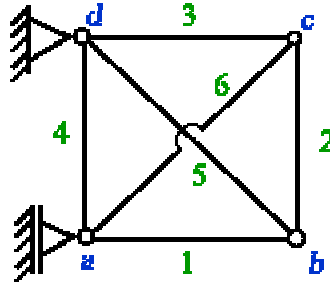
Rovinná prútočvá sústava je staticky určitá, keď  $i_{vo} = 0$  a  $i_{vn} = 3$ .

Ak je prútočvá sústava staticky určitá, na výpočet osových síl a vonkajších väzbových reakcií postačujú statické podmienky rovnováhy. Teplotné namáhanie, poddajnosť vonkajších väzieb

ako aj výrobná nepresnosť nespôsobujú na rozdiel od staticky neurčitých úloh vznik vnútorných síl a väzbových reakcií. Pri staticky neurčitých prútočkách musíme statické podmienky rovnováhy doplniť deformačnými podmienkami. Veľkosť osových síl v staticky neurčitej prútočke je teda závislá aj na veľkosti priereзов jednotlivých prútov.

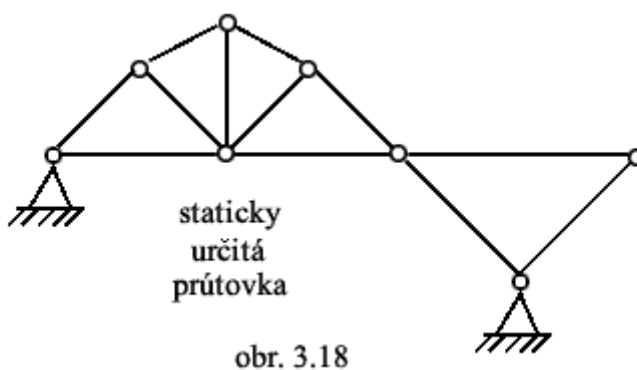
**Príklad:**

Vypočítajte statickú určitosť prútočiek podľa obrázku.

 <p>obr. 3.15</p>	 <p>obr. 3.16</p>	 <p>obr. 3.17</p>
$i_{vo} = 3 - 2 - 1 = 0$ $i_{vn} = 3 \cdot 5 - 2(2 \cdot 2 + 2) = 15 - 12 = 3$ <p>- staticky určitá úloha</p>	$i_{vo} = 3 - 3 = 0$ $i_{vn} = 3 \cdot 4 - 2(4) = 12 - 8 = 4$ $i_{vn} > 3$ <p>- prútočka je pohyblivá (mechanizmus s jedným stupňom voľnosti pohybu)</p>	$i_{vo} = 0$ $i_{vn} = 3 \cdot 6 - 2(2 \cdot 4) = 18 - 16 = 2$ $i_{vn} < 3$ <p>- staticky neurčitá úloha (jeden krát)</p>

**Pravidlo:**

Rovinná prútočka je po vnútornej stránke staticky určitá, ak jej tvar je tvorený spojením prútov do trojuholníka.



### **3.5 METÓDY STATICKEJ ANALÝZY PRÚTOČIEK**

Metódami statiky možno riešiť len staticky určité prútové sústavy. Týmito metódami možno určiť vonkajšie väzbové reakcie a vnútorné sily v prútoch. Na výpočet deformácie prútočiek, a tým aj na analýzu staticky neurčitých úloh je potrebné použiť vzťahy z oblasti pružnosti a pevnosti materiálu. V ďalšom sa preto v rámci statiky budeme zaoberať riešením len staticky určitých prútočiek. Cieľom riešenia bude výpočet *statickej určitosti, vonkajších väzbových reakcií a osových síl v prútoch*. V ďalších kapitolách sa budeme zaoberať výpočtom *deformácie prútočiek* ako aj riešením *staticky neurčitých* úloh.

Metódy riešenia prútočiek sa všeobecne delia na:

- a. analytické
- b. vektorové (grafické)
- c. numerické (počítačovo orientované)

Každá skupina týchto metód obsahuje viacero konkrétnych postupov riešenia. Nástup počítačov urýchlil prudký rozvoj numerických metód mechaniky. Prednosti numerických metód, napr. metóda konečných prvkov (MKP), posunuli do úzadia v minulosti veľmi často používané grafické metódy (napr. Cremonov plán, Wiliottov plán, atď.), ktoré sa v súčasnosti takmer prakticky nepoužívajú. Kvôli fyzikálnej podstate problému uvedieme v ďalšom dve najpoužívanejšie analytické metódy riešenia statiky prútových sústav, a sice *styčnickovú* a *priesečnú metódu*. Tieto metódy možno výhodne použiť na kontrolu výsledkov získaných počítačovo orientovanými metódami.

### 3.5.1 Styčnicková metóda

#### Princíp metódy

vychádza z podmienok rovnováhy sústavy hmotných bodov. Hmotný bod = uvoľnený styčník, v ktorom pôsobia známe vonkajšie sily a vonkajšie väzbové reakcie, ako aj neznáme osovú sily styčnikom spojených prútov.

1. Odstránime vonkajšie väzby a z podmienok rovnováhy celej prútovky vypočítame vonkajšie väzbové reakcie
2. Z podmienok rovnováhy síl uvoľneného styčníka vypočítame neznáme osovú sily.

#### Poznámka:

Pri riešení rovnováhy vychádzame zo styčníka, v ktorom pôsobia vonkajšie sily (alebo známe vonkajšie reakcie), a maximálne dve neznáme osovú sily.

#### Príklad:

Vypočítajte statickú určitosť, väzbové reakcie ako aj osovú sily v prútoch.

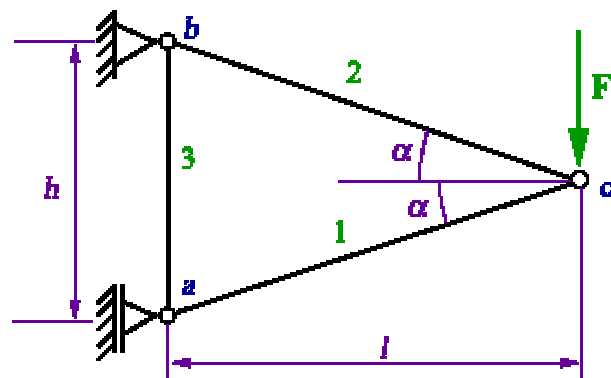
Dané je: sila  $F$ , uhol  $\alpha$ , rozmery  $h, l$

a) *statická určitosť*

$$i_{vo} = 3 - 3 = 0$$

$$i_{vn} = 3 \cdot 3 - 2(3) = 3$$

- prútovka je staticky určitá



obr. 3.19

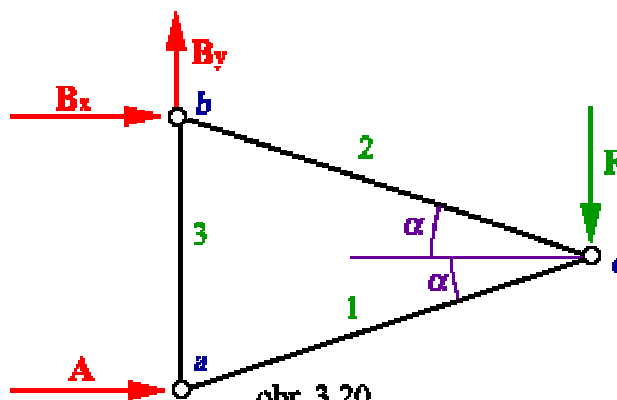


b) vonkajšie väzbové reakcie

$$\sum F_y = 0: B_y - F = 0 \rightarrow B_y = F$$

$$\sum M_b = 0: Ah - Fl = 0 \rightarrow A = F \frac{l}{h}$$

$$\sum F_x = 0: B_x + A = 0 \rightarrow B_x = -A = -F \frac{l}{h}$$



obr. 3.20

c) osové sily

rovnováha styčníka c:

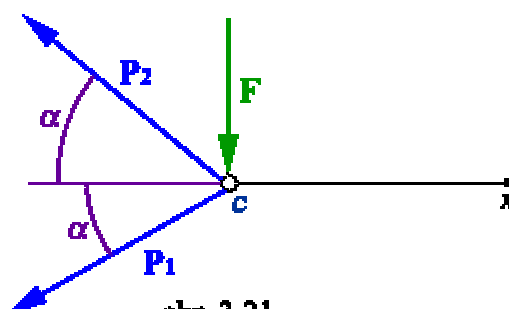
$$\sum F_x = 0: -P_2 \cos \alpha - P_1 \cos \alpha = 0$$

$$P_2 = -P_1 = P$$

$$\sum F_y = 0: -F + P_2 \sin \alpha - P_1 \sin \alpha = 0$$

$$-F + 2P \sin \alpha = 0$$

$$P = \frac{F}{2 \sin \alpha} = P_2 = -P_1$$



obr. 3.21

rovnováha styčníka a:

$$\sum F_y = 0: P_3 + P_1 \sin \alpha = 0$$

$$P_3 = -P_1 \sin \alpha = +\frac{F}{2}$$

$$\sum F_x = 0: A + P_1 \cos \alpha = 0$$

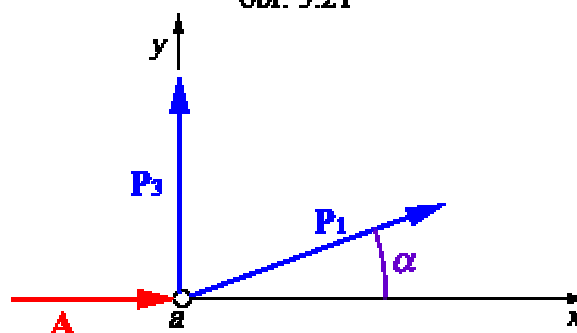
$$F \frac{l}{h} - F \frac{\cos \alpha}{2 \sin \alpha} = 0$$

Pričom:  $\cotg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{l}{h/2}$

Záver:  $P_1 = -\frac{F}{2 \sin \alpha} \rightarrow$  v prúte je tlak

$P_2 = +\frac{F}{2 \sin \alpha} \rightarrow$  v prúte je ťah

$P_3 = +\frac{F}{2} \rightarrow$  v prúte je ťah



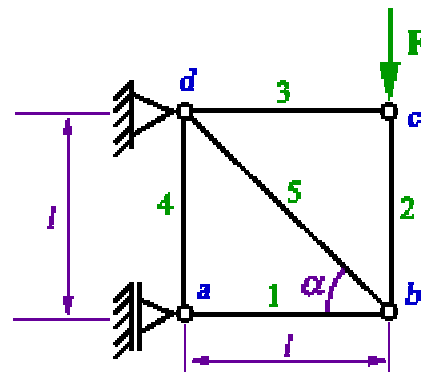
obr. 3.22

**Príklad:**

Vypočítajte osovú sily v prútoch. Dané je:  $F, l$ .

a) *statická určitost:*

$i_{vo}=0, i_{vn}=3.5-2(2.2+2)=3$  - prútočka je staticky určitá



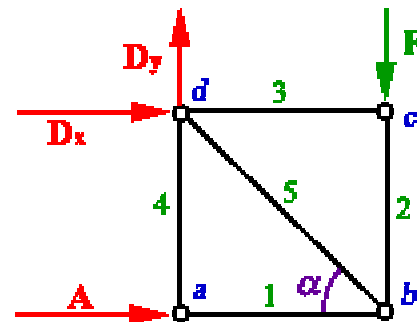
obr. 3.23

b) *vonkajšie väzbové reakcie:*

$$\sum F_{iy} = 0: D_y = F$$

$$\sum M_{id} = 0: A = F$$

$$\sum F_{ix} = 0: D_x = -A = -F$$



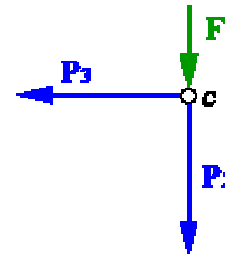
obr. 3.24

c) *osové sily:*

rovnováha styčníka c

$$\sum F_{ix} = 0: P_3 = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0: P_2 = -F$$



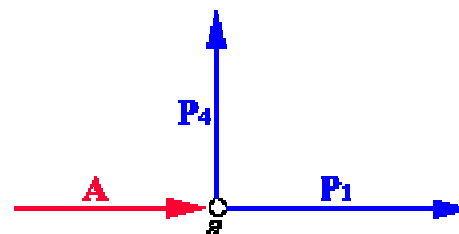
obr. 3.25

rovnováha styčníka a

$$\sum F_{ix} = 0: P_1 + A = 0$$

$$P_1 = -A = -F$$

$$\sum F_{iy} = 0: P_4 = 0$$



obr. 3.26

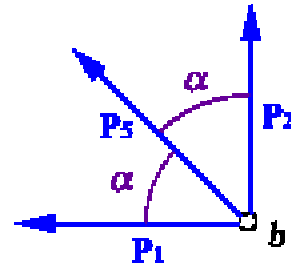
rovnováha styčnice  $b$

$$\sum F_{ix} = 0: -P_1 - P_5 \cos \alpha = 0$$

$$P_5 = -\frac{P_1}{\cos \alpha} = +\sqrt{2}F$$

$$\sum F_{iy} = 0: P_2 + P_5 \cos \alpha = 0$$

$$P_2 = -P_5 \cos \alpha = -F$$



obr. 3.27

d) zhrnutie výsledkov

Prút číslo	Osová sila $P_i$
1	$-F$
2	$-F$
3	0
4	0
5	$\sqrt{2}F$

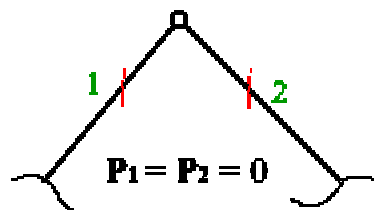
Najviac namáhaný (na ťah) je prút č.5

**Poznámka:**

Prútom, v ktorých je nulová sila sa hovorí *nulové prúty*. Aj keď tieto prúty nie sú namáhané pre daný zaťažovací stav, musia byť v prútoвке prítomné, pretože držia tvar prútovej sústavy.

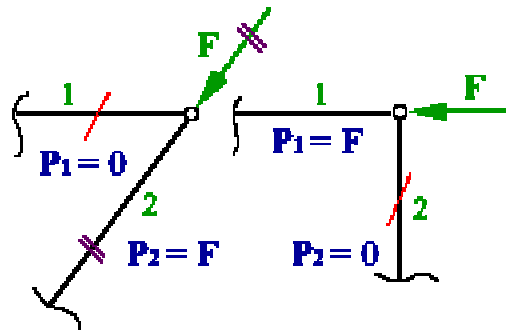
Prípady nulových prútov (nulové prúty sú označené šikmou čiarou):

- dva prúty spojené v nezaťažovanom styčníku



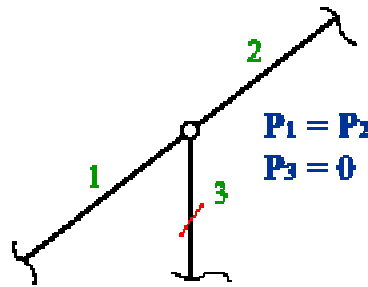
obr. 3.28

- dva prúty zaťažené silou ležiacej na osi niektorého prúta



obr. 3.29

- tri prúty spojené v nezaťaženom styčníku, pričom osi dvoch prútov sú totožné



obr. 3.30

### 3.5.2 Priesečná metóda (Ritterov rez)

#### Princíp metódy

vychádza z momentových podmienok statickej rovnováhy telesa, resp. jeho jednej odrezanej časti myslenným rezom cez maximálne tri prúty nepretínajúce sa v jednom bode. Vložené osovú sily musia byť v rovnováhe s vonkajšími silami pôsobiacimi na odrezanú časť prútočky. Momentové podmienky rovnováhy odrezanej časti prútočky treba písať k bodom, ktoré sú priesečníkom osi dvoch prerezaných prútov. V niektorých úlohách takáto možnosť neexistuje, v takom prípade treba použiť silové podmienky rovnováhy.

**Příklad:** Vypočítajte sily  $P_1$ ,  $P_3$  a  $P_5$ , keď je dané:  $F = 5 \text{ kN}$ ,  $a = 3 \text{ m}$

a) *statická určitost'*:

$i_{vo} = 0$ ;  $i_{vn} = 3$  - prútočka je staticky určitá

b) *väzbové reakcie:*

$$\sum F_{ix} = 0: A_x = 0$$

$$\sum M_{iz} = 0: F \cdot 2a - B \cdot a = 0$$

$$B = 2F$$

$$\sum B_{iy} = 0: A_y \cdot a + F \cdot a = 0$$

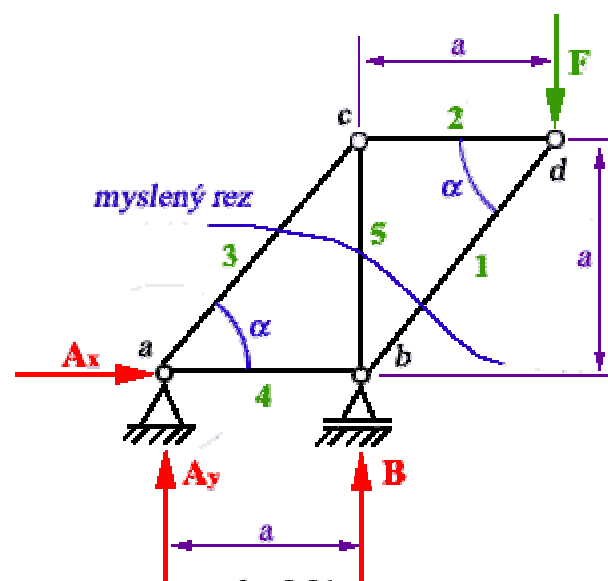
$$A_y = -F$$

c) *Skúška správnosti:*

$$\sum F_{iy} = 0: A + B - F = 0$$

$$0 = 0$$

d) *osové sily:*



obr. 3.31

Prútvokku rozrežeme myslenným rezom na dve časti. Osové sily  $P_1, P_3, P_5$  možno vypočítať zo statických podmienok rovnováhy jednej z odrezanej časti (treba si zvoliť jednoduchšiu časť prútvokky). Tu je výhodnejšia pravá časť prútvokky, do rezov vložíme kladné osové sily.

Z momentovej podmienky k bodu  $C$ , v ktorom sa pretínajú nositeľky síl  $P_3$  a  $P_5$  možno určiť silu  $P_1$ :

$$\sum M_c = 0: \quad -F \cdot a - P_1 \cdot p_1 = 0$$

$$P_1 = -F \frac{a}{p_1}$$

Rameno sily  $P_1$ :  $p_1 = a \cdot \sin \alpha$

$$P_1 = -F \cdot \sin \alpha$$

Z momentovej podmienky rovnováhy k bodu  $b$  možno určiť silu  $P_3$ :

$$\sum M_b = 0: \quad -F \cdot a + P_3 \cdot p_3 = 0$$

$$P_3 = F \frac{a}{p_3}$$

Rameno sily  $p_3 = p_1 = a \cdot \sin \alpha$

$$P_3 = F \cdot \sin \alpha = -P_1$$

Keďže sily  $P_3$  a  $P_1$  sa pretínajú v nekonečne, na výpočet sily  $P_5$  musíme použiť rovnicu rovnováhy síl:

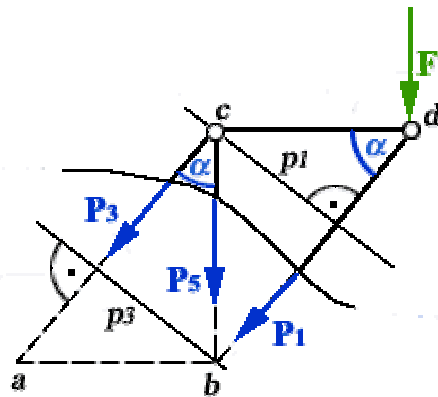
$$\sum F_y = 0: \quad -P_3 \cdot \cos \alpha - P_1 \cdot \sin \alpha - P_5 - F = 0$$

$$P_5 = F + P_3 \cdot \cos \alpha + P_1 \cdot \cos \alpha = -F$$

### Záver:

Prúty č.1 a 5 sú tlačené, prút č.3 je namáhaný na ťah silami:

$$P_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} F \doteq -3,535 \text{ kN} \quad ; \quad P_3 = 3,535 \text{ kN} \quad ; \quad P_5 = -5 \text{ kN}$$



obr. 3.32

**Príklad:** Vypočítajte silu  $P_4$ . Dané je:  $F, h$

a) *statická určitost:*

$$i_{v0} = 3 - 2 - 1 = 0$$

$$i_{vn} = 3 \cdot 7 - 2(1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) = 3$$

- prúťovka je staticky určitá

b) *väzbové reakcie:*

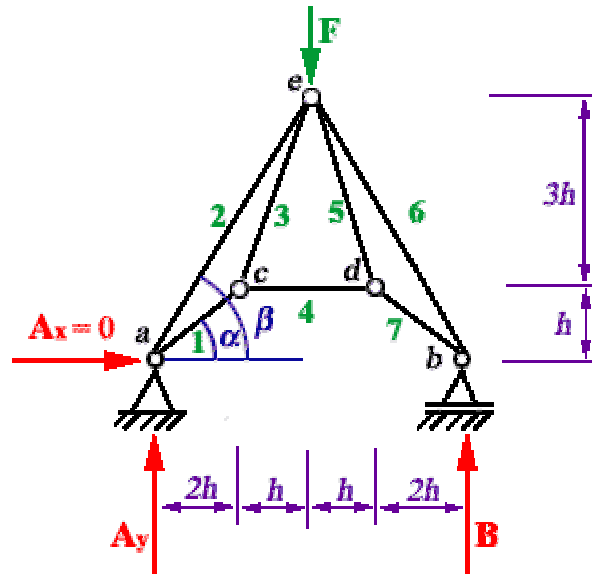
$$\sum F_{ix} = 0: A_x = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0: A_y + B - F = 0$$

$$A_y = F - B$$

$$\sum M_{iz} = 0: B \cdot 6h - F \cdot 3h = 0$$

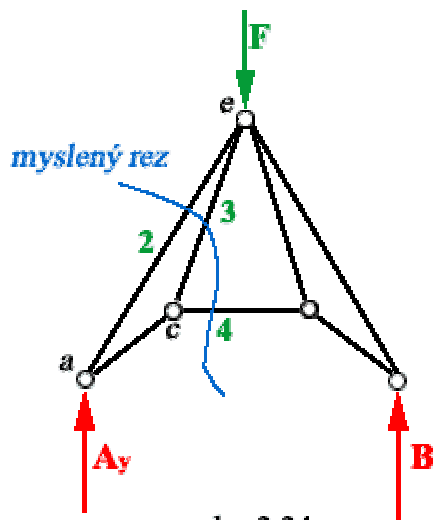
$$B = \frac{F}{2} = A_y$$



obr. 3.33

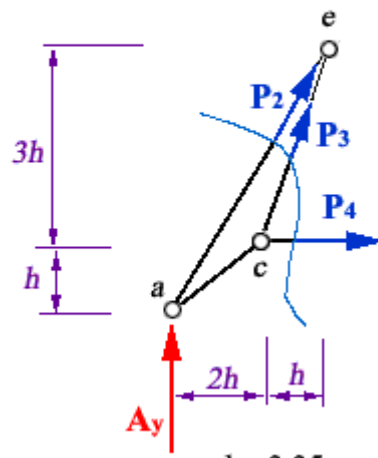
c) *osová sila  $P_4$ :*

Mysleným rezom cez prúty 2, 3 a 4 rozdelíme teleso na dve časti. Hľadané osové sily určíme napr. z podmienok ľavej odrezanej časti telesa.



obr. 3.34

Odrezaná časť prúťovky:  
- do rezov vložíme kladnú osovú silu



obr. 3.35

*Momentová rovnica rovnováhy k priesečníkom osových síl  $P_2$  a  $P_3$ :*

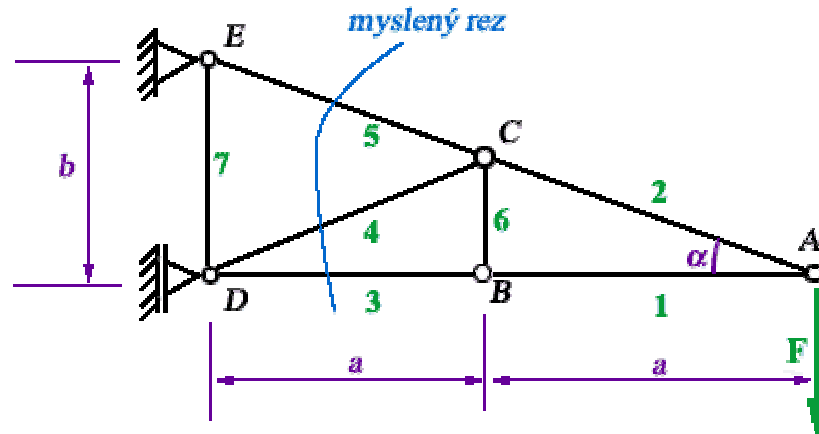
$$\sum M_{ie} = 0: P_4 \cdot 3h - A_y \cdot 3h = 0$$

$$P_4 = A_y = \frac{F}{2}$$

Podobným spôsobom možno určiť ďalšie požadované osové sily.

**Príklad:**

Vypočítajte osovú sily  $P_3$ ,  $P_4$  a  $P_5$  v prútoch ramena stožiaru vysokého napätia. Dané je:  $F$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$ .



obr. 3.36

Osovú sily vypočítame z podmienok statickej rovnováhy pravej časti prútočky.

$$\sum M_{iD} = 0: -F \cdot 2a + P_5 \cdot p_5 = 0$$

$$P_5 = \frac{2a}{p_5} F$$

Rameno sily  $P_5$  k bodu D:  $p_5 = 2a \cdot \sin \alpha$

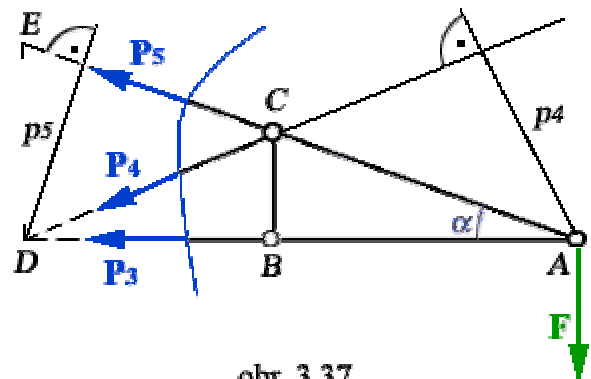
$$P_5 = \frac{F}{\sin \alpha}$$

$$\sum M_{iC} = 0: -F \cdot a + P_3 \cdot \frac{b}{2} = 0$$

$$P_3 = F \cdot \frac{2a}{b} = \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\sum M_{iA} = 0: P_4 \cdot p_4 = 0$$

$$P_4 = 0 \rightarrow \text{prút č.4 je nulový prút}$$



obr. 3.37

Z geometrie a zaťaženia prútočky je zrejmé, že aj prút č.6 je nulovým prútom. Z rovnováhy styčníka C potom vyplýva, že  $P_2 = P_5$ , a z rovnováhy styčníka B vyplýva, že  $P_1 = P_3$ . Keďže  $P_4 = 0$ , potom z rovnováhy styčníka D vyplýva, že aj prút č.7 je nulovým prútom, teda  $P_7 = 0$ .